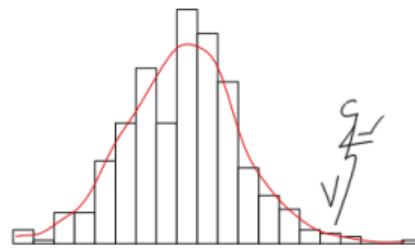


# Ranní úvahy o statistice

## Neúplný návod ke čtení statistických výsledků

Dušan Merta



květen 2016

# Co nás čeká

- 1 Základní pojmy
- 2 Testování hypotéz
- 3 Confidence interval
- 4 Odds ratio

# Základní pojmy

# Základní pojmy

- míry polohy – **průměr**, medián, modus, **směrodatná odchylka**, rozptyl, IQR, . . .

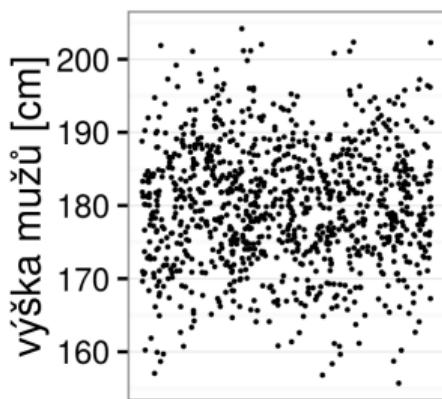
# Základní pojmy

- míry polohy – **průměr**, medián, modus, **směrodatná odchylka**, rozptyl, IQR, ...

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

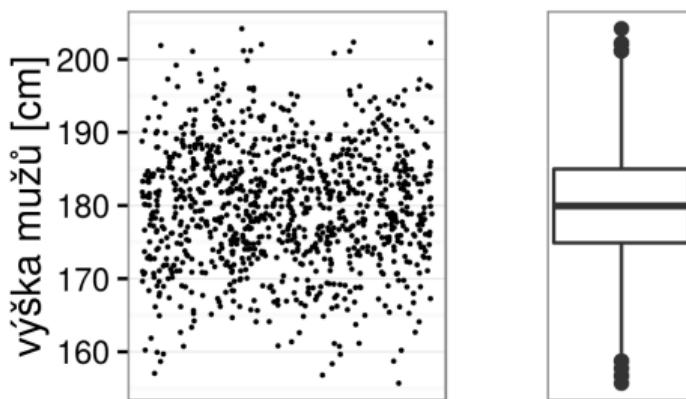
# Základní pojmy

- míry polohy – **průměr**, medián, modus, **směrodatná odchylka**, rozptyl, IQR, ...
- rozložení



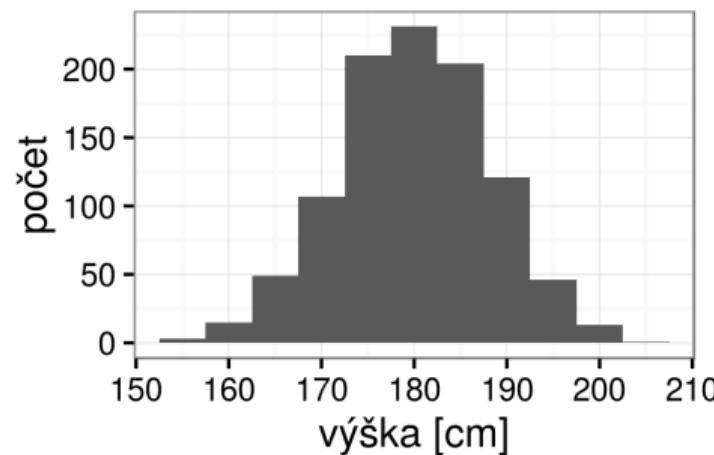
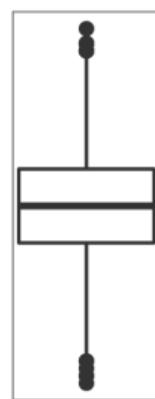
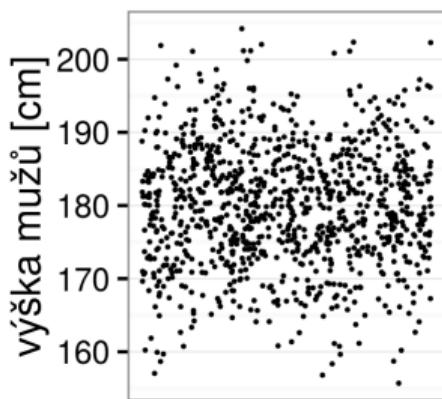
# Základní pojmy

- míry polohy – **průměr**, medián, modus, **směrodatná odchylka**, rozptyl, IQR, ...
- rozložení



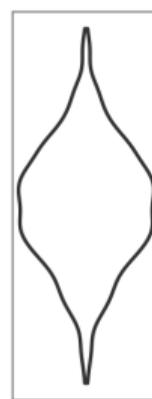
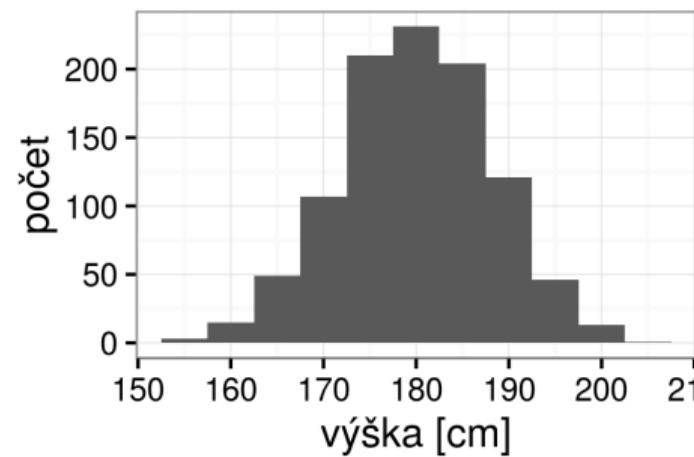
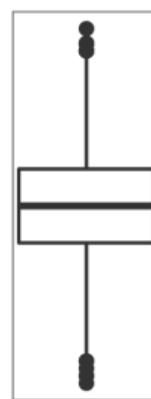
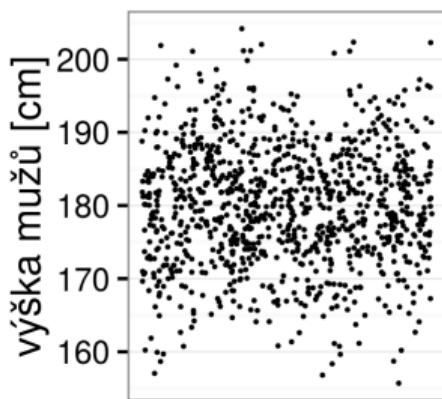
# Základní pojmy

- míry polohy – **průměr**, medián, modus, **směrodatná odchylka**, rozptyl, IQR, ...
- rozložení



# Základní pojmy

- míry polohy – **průměr**, medián, modus, **směrodatná odchylka**, rozptyl, IQR, ...
- rozložení



# Testování hypotéz

- Nulová a alternativní hypotéza
- Hladina významnosti
- Chyba I. a II. druhu

# Nulová a alternativní hypotéza

- většinou porovnáváme dvě skupiny
  - číselně vyjádřené srovnání – **efekt**
  - rozdíl průměrné tělesné výšky mužů a žen
- neexistence rozdílu mezi skupinami (nulový efekt) – **nulová hypotéza**
  - většinou nám jde o prokázání opaku
  - „Průměr tělesné výšky mužů a žen je stejný.“
- existence rozdílu (nenulový efekt) – **alternativní hypotéza**
  - „Průměr tělesné výšky mužů a žen se liší.“
- ukážeme jak nepravděpodobná je nulová hypotéza a tím prokážeme alternativní



# Nulová a alternativní hypotéza

- většinou porovnáváme dvě skupiny
  - číselně vyjádřené srovnání – **efekt**
  - rozdíl průměrné tělesné výšky mužů a žen
- neexistence rozdílu mezi skupinami (nulový efekt) – **nulová hypotéza**
  - většinou nám jde o prokázání opaku
  - „Průměr tělesné výšky mužů a žen je stejný.“
- existence rozdílu (nenulový efekt) – **alternativní hypotéza**
  - „Průměr tělesné výšky mužů a žen se liší.“
- ukážeme jak nepravděpodobná je nulová hypotéza a tím prokážeme alternativní



# Nulová a alternativní hypotéza

- většinou porovnáváme dvě skupiny
  - číselně vyjádřené srovnání – **efekt**
  - rozdíl průměrné tělesné výšky mužů a žen
- neexistence rozdílu mezi skupinami (nulový efekt) – **nulová hypotéza**
  - většinou nám jde o prokázání opaku
  - „Průměr tělesné výšky mužů a žen je stejný.“
- existence rozdílu (nenulový efekt) – **alternativní hypotéza**
  - „Průměr tělesné výšky mužů a žen se liší.“
- ukážeme jak nepravděpodobná je nulová hypotéza a tím prokážeme alternativní



# Nulová a alternativní hypotéza

- většinou porovnáváme dvě skupiny
  - číselně vyjádřené srovnání – **efekt**
  - rozdíl průměrné tělesné výšky mužů a žen
- neexistence rozdílu mezi skupinami (nulový efekt) – **nulová hypotéza**
  - většinou nám jde o prokázání opaku
  - „Průměr tělesné výšky mužů a žen je stejný.“
- existence rozdílu (nenulový efekt) – **alternativní hypotéza**
  - „Průměr tělesné výšky mužů a žen se liší.“
- ukážeme jak nepravděpodobná je nulová hypotéza a tím prokážeme alternativní



# Hladina významnosti (*p-value*, *p-level*)

- **závěry o celé populaci** děláme na základě **populačního výběru**

## Hladina významnosti (*p-value*, *p-level*)

pravděpodobnost s jakou dostaneme pozorovaný (nebo větší) rozdíl (efekt) při platnosti *nulové hypotézy* (tj. „náhodou“)

- obvykle vyjadřujeme v procentech ( $p = 5\%$ ) nebo lépe desetinným číslem ( $p = 0,05$ )
- co je statisticky významné je věcí dohody – obvykle  $p < 0,05$  nebo  $p < 0,01$
- závisí na typu dat, velikosti výběru, velikosti efektu, rozložení dat

<u>P-VALUE</u>	<u>INTERPRETATION</u>
0.001	HIGHLY SIGNIFICANT
0.01	HIGHLY SIGNIFICANT
0.02	HIGHLY SIGNIFICANT
0.03	HIGHLY SIGNIFICANT
0.04	SIGNIFICANT
0.049	SIGNIFICANT
0.050	OH CRAP. REDO CALCULATIONS.
0.051	ON THE EDGE OF SIGNIFICANCE
0.06	ON THE EDGE OF SIGNIFICANCE
0.07	HIGHLY SUGGESTIVE
0.08	SIGNIFICANT AT THE P<0.10 LEVEL
0.09	SIGNIFICANT AT THE P<0.10 LEVEL
0.099	HEY, LOOK AT THIS INTERESTING SUBGROUP ANALYSIS
≥0.1	THIS INTERESTING SUBGROUP ANALYSIS

# Hladina významnosti (*p-value*, *p-level*)

- závěry o celé populaci děláme na základě populačního výběru

## Hladina významnosti (*p-value*, *p-level*)

pravděpodobnost s jakou dostaneme pozorovaný (nebo větší) rozdíl (efekt) při platnosti *nulové hypotézy* (tj. „náhodou“)

- obvykle vyjadřujeme v procentech ( $p = 5\%$ ) nebo lépe desetinným číslem ( $p = 0,05$ )
- co je statisticky významné je věcí dohody – obvykle  $p < 0,05$  nebo  $p < 0,01$
- závisí na typu dat, velikosti výběru, velikosti efektu, rozložení dat

<u>P-VALUE</u>	<u>INTERPRETATION</u>
0.001	HIGHLY SIGNIFICANT
0.01	HIGHLY SIGNIFICANT
0.02	HIGHLY SIGNIFICANT
0.03	HIGHLY SIGNIFICANT
0.04	SIGNIFICANT
0.049	SIGNIFICANT
0.050	OH CRAP. REDO CALCULATIONS.
0.051	ON THE EDGE OF SIGNIFICANCE
0.06	ON THE EDGE OF SIGNIFICANCE
0.07	HIGHLY SUGGESTIVE
0.08	SIGNIFICANT AT THE $P<0.10$ LEVEL
0.09	SIGNIFICANT AT THE $P<0.10$ LEVEL
0.099	HEY, LOOK AT THIS INTERESTING SUBGROUP ANALYSIS
$\geq 0.1$	THIS INTERESTING SUBGROUP ANALYSIS

# Hladina významnosti (*p-value*, *p-level*)

- závěry o celé populaci děláme na základě populačního výběru

## Hladina významnosti (*p-value*, *p-level*)

pravděpodobnost s jakou dostaneme pozorovaný (nebo větší) rozdíl (efekt) při platnosti *nulové hypotézy* (tj. „náhodou“)

- obvykle vyjadřujeme v procentech ( $p = 5\%$ ) nebo lépe desetinným číslem ( $p = 0,05$ )
- co je statisticky významné je věcí dohody – obvykle  $p < 0,05$  nebo  $p < 0,01$
- závisí na typu dat, velikosti výběru, velikosti efektu, rozložení dat

<u>P-VALUE</u>	<u>INTERPRETATION</u>
0.001	HIGHLY SIGNIFICANT
0.01	HIGHLY SIGNIFICANT
0.02	HIGHLY SIGNIFICANT
0.03	HIGHLY SIGNIFICANT
0.04	SIGNIFICANT
0.049	SIGNIFICANT
0.050	OH CRAP. REDO CALCULATIONS.
0.051	ON THE EDGE OF SIGNIFICANCE
0.06	ON THE EDGE OF SIGNIFICANCE
0.07	HIGHLY SUGGESTIVE
0.08	SIGNIFICANT AT THE P<0.10 LEVEL
0.09	SIGNIFICANT AT THE P<0.10 LEVEL
0.099	HEY, LOOK AT THIS INTERESTING SUBGROUP ANALYSIS
≥0.1	THIS INTERESTING SUBGROUP ANALYSIS

# Hladina významnosti (*p-value*, *p-level*)

- závěry o celé populaci děláme na základě populačního výběru

## Hladina významnosti (*p-value*, *p-level*)

pravděpodobnost s jakou dostaneme pozorovaný (nebo větší) rozdíl (efekt) při platnosti *nulové hypotézy* (tj. „náhodou“)

- obvykle vyjadřujeme v procentech ( $p = 5\%$ ) nebo lépe desetinným číslem ( $p = 0,05$ )
- co je statisticky významné je věcí dohody – obvykle  $p < 0,05$  nebo  $p < 0,01$
- závisí na typu dat, velikosti výběru, velikosti efektu, rozložení dat

<u>P-VALUE</u>	<u>INTERPRETATION</u>
0.001	HIGHLY SIGNIFICANT
0.01	HIGHLY SIGNIFICANT
0.02	HIGHLY SIGNIFICANT
0.03	HIGHLY SIGNIFICANT
0.04	SIGNIFICANT
0.049	SIGNIFICANT
0.050	OH CRAP. REDO CALCULATIONS.
0.051	ON THE EDGE OF SIGNIFICANCE
0.06	ON THE EDGE OF SIGNIFICANCE
0.07	HIGHLY SUGGESTIVE
0.08	SIGNIFICANT AT THE P<0.10 LEVEL
0.09	SIGNIFICANT AT THE P<0.10 LEVEL
0.099	HEY, LOOK AT THIS INTERESTING SUBGROUP ANALYSIS
≥0.1	THIS INTERESTING SUBGROUP ANALYSIS

# Hladina významnosti (*p-value*, *p-level*)

- závěry o celé populaci děláme na základě populačního výběru

## Hladina významnosti (*p-value*, *p-level*)

pravděpodobnost s jakou dostaneme pozorovaný (nebo větší) rozdíl (efekt) při platnosti *nulové hypotézy* (tj. „náhodou“)

- obvykle vyjadřujeme v procentech ( $p = 5\%$ ) nebo lépe desetinným číslem ( $p = 0,05$ )
- co je statisticky významné je věcí dohody – obvykle  $p < 0,05$  nebo  $p < 0,01$
- závisí na typu dat, velikosti výběru, velikosti efektu, rozložení dat

<u>P-VALUE</u>	<u>INTERPRETATION</u>
0.001	HIGHLY SIGNIFICANT
0.01	HIGHLY SIGNIFICANT
0.02	HIGHLY SIGNIFICANT
0.03	HIGHLY SIGNIFICANT
0.04	SIGNIFICANT
0.049	SIGNIFICANT
0.050	OH CRAP. REDO CALCULATIONS.
0.051	ON THE EDGE OF SIGNIFICANCE
0.06	ON THE EDGE OF SIGNIFICANCE
0.07	HIGHLY SUGGESTIVE
0.08	SIGNIFICANT AT THE P<0.10 LEVEL
0.09	SIGNIFICANT AT THE P<0.10 LEVEL
0.099	HEY, LOOK AT THIS INTERESTING SUBGROUP ANALYSIS
≥0.1	THIS INTERESTING SUBGROUP ANALYSIS

# Hladina významnosti

Historické souvislosti – pozdní 20. léta



- **RONALD FISHER**

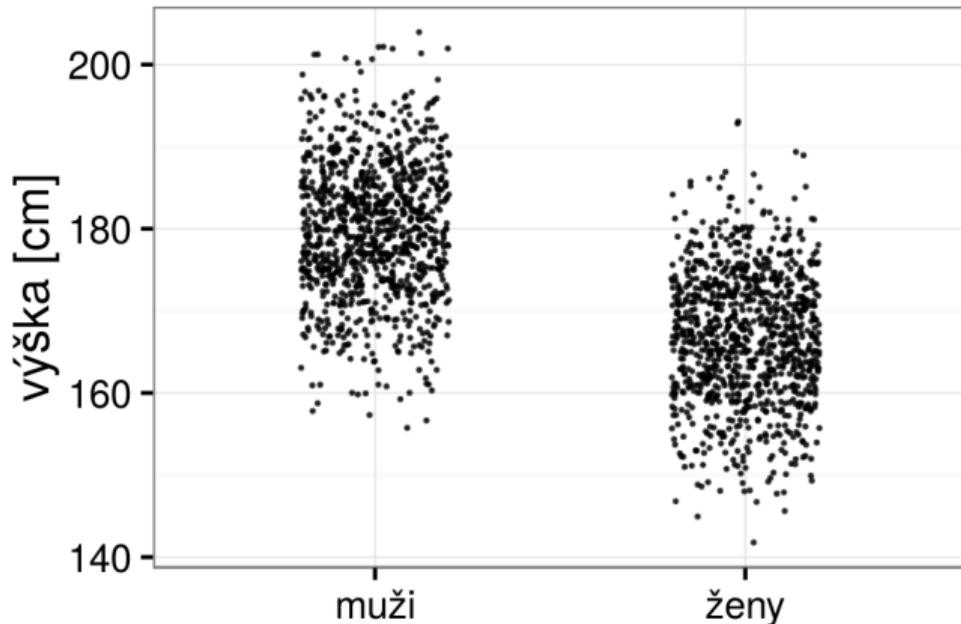
- „Neymanův přístup dětský a hrozný pro intelektuální svobodu západu.“

- **EGON PEARSON, JERZY NEYMAN**

- „Fisherova práce horší než neužitečná.“

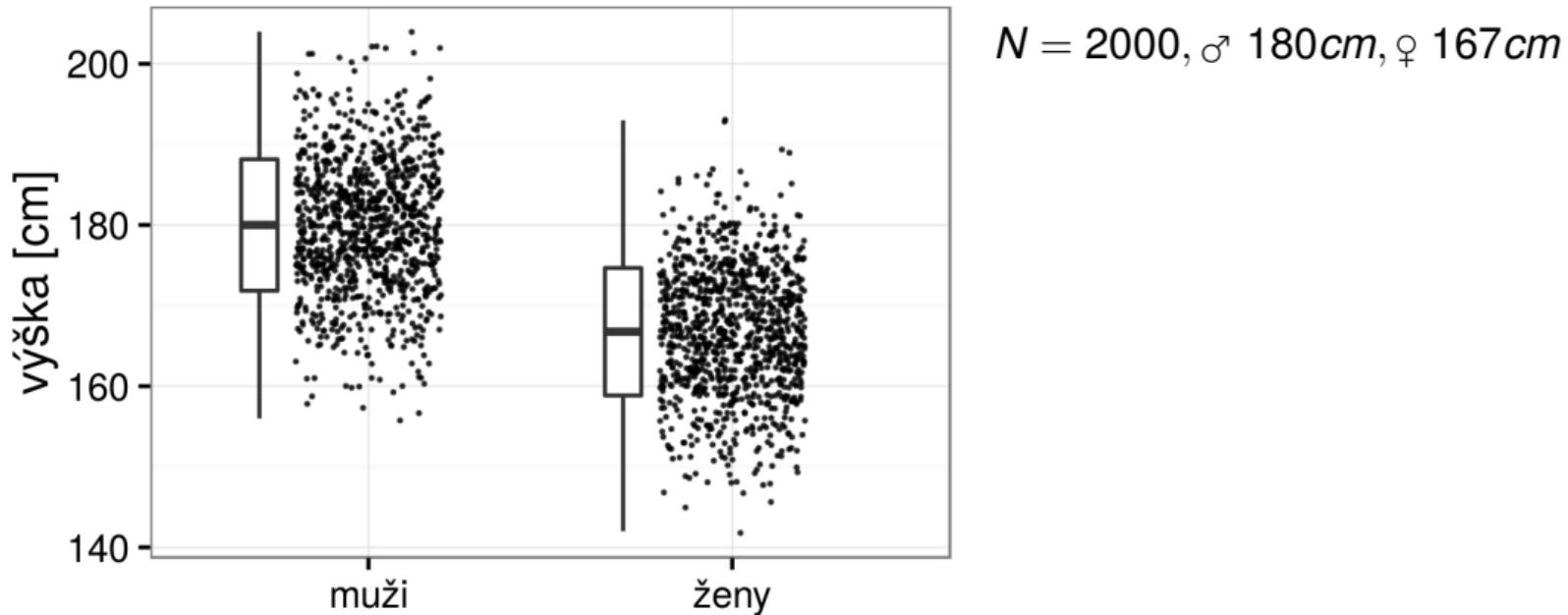
# Hladina významnosti (*p-value*, *p-level*)

- závisí na **typu dat**, **velikosti výběru**, **velikosti efektu**, **rozložení dat**



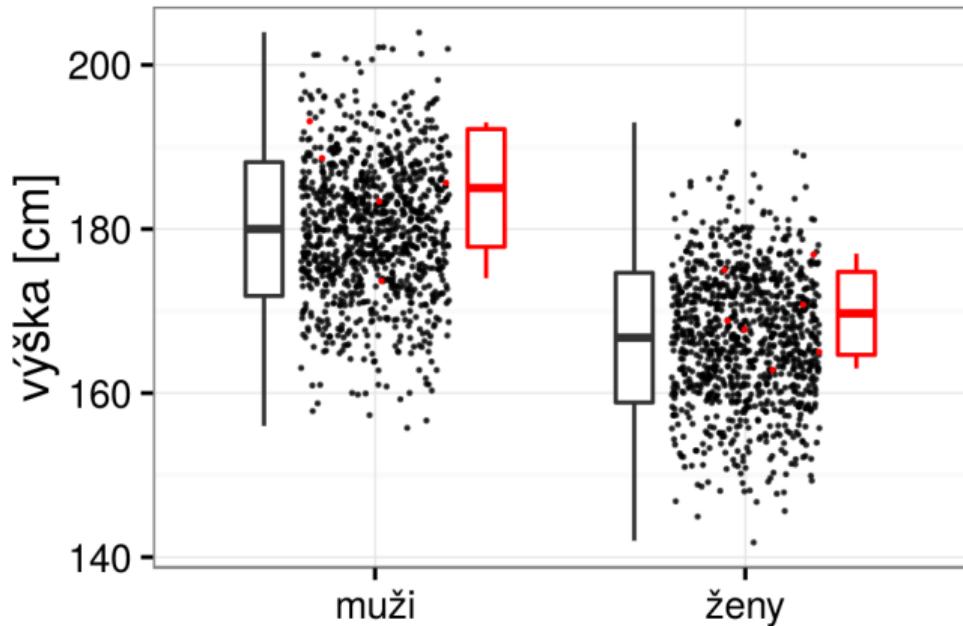
# Hladina významnosti (*p-value*, *p-level*)

- závisí na **typu dat**, **velikosti výběru**, **velikosti efektu**, **rozložení dat**



# Hladina významnosti (*p-value*, *p-level*)

- závisí na **typu dat**, **velikosti výběru**, **velikosti efektu**, **rozložení dat**



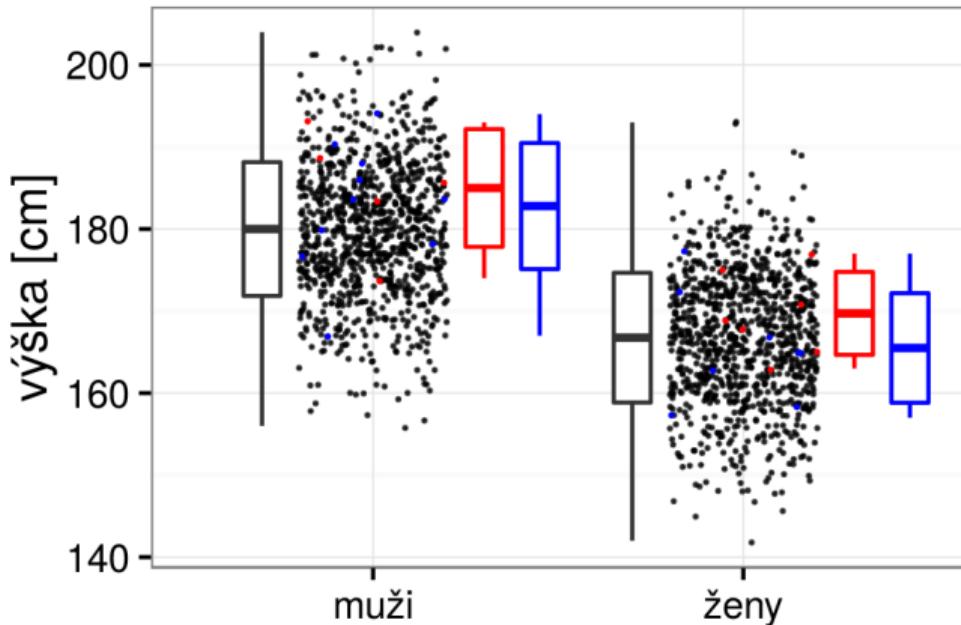
$N = 2000, \sigma 180\text{cm}, \sigma 167\text{cm}$

$n = 12, \sigma 185\text{cm}, \sigma 170\text{cm}$

$p = 0,01$

# Hladina významnosti (*p-value*, *p-level*)

- závisí na **typu dat**, **velikosti výběru**, **velikosti efektu**, **rozložení dat**



$N = 2000, \sigma 180\text{cm}, \sigma 167\text{cm}$

$n = 12, \sigma 185\text{cm}, \sigma 170\text{cm}$

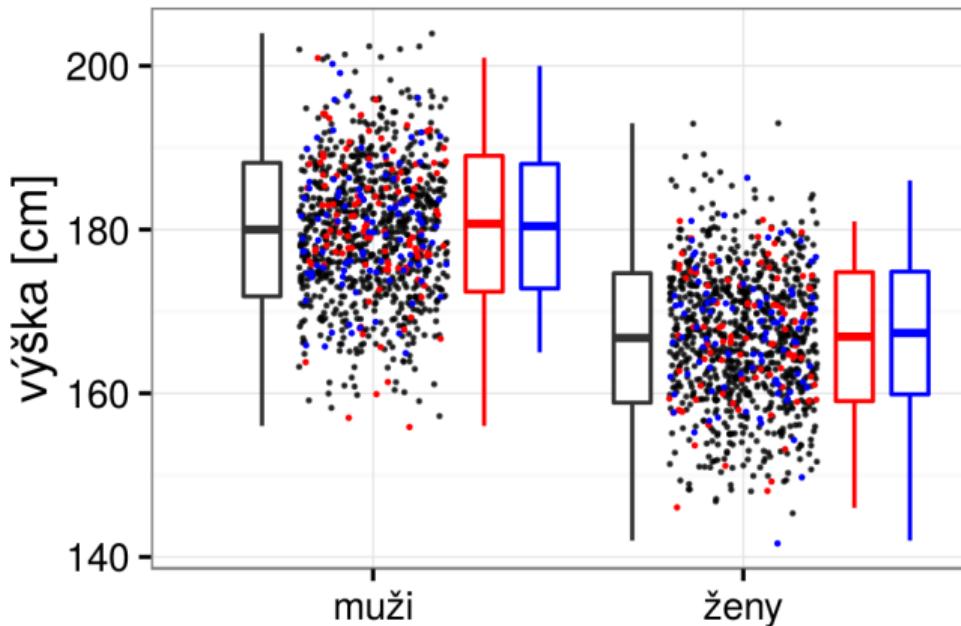
$p = 0,01$

$n = 18, \sigma 182\text{cm}, \sigma 165\text{cm}$

$p = 0,001$

# Hladina významnosti (*p-value*, *p-level*)

- závisí na **typu dat**, **velikosti výběru**, **velikosti efektu**, **rozložení dat**



$N = 2000, \sigma \text{ } 180\text{cm}, \sigma \text{ } 167\text{cm}$

$n = 207, \sigma \text{ } 181\text{cm}, \sigma \text{ } 167\text{cm}$   
 $p \sim 10^{-16}$

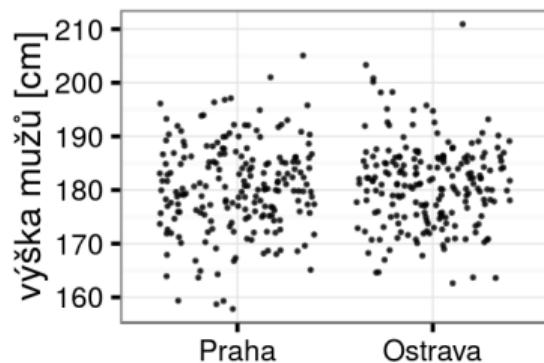
$n = 192, \sigma \text{ } 180\text{cm}, \sigma \text{ } 167\text{cm}$   
 $p \sim 10^{-16}$

# Hladina významnosti

$p = 0,05$

## Co to znamená?

Pravděpodobnost 5%, že při platnosti *nulové hypotézy* naměříme rozdíl (*efekt*) jako jsme získali (nebo dokonce větší) pouhou náhodou.



## Co to neznamená?

95% jistotu, že výsledek je „správně“.

Že statisticky významný efekt má reálný (klinický) význam.

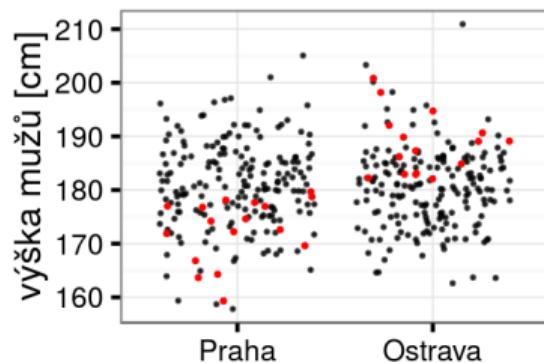
Že pokud máme 20 výsledků s  $p = 0,05$ , je jeden z nich náhodný.  
(Pravděpodobnost toho je 64%).

# Hladina významnosti

$p = 0,05$

## Co to znamená?

Pravděpodobnost 5%, že při platnosti *nulové hypotézy* naměříme rozdíl (*efekt*) jako jsme získali (nebo dokonce větší) pouhou náhodou.



## Co to neznamená?

95% jistotu, že výsledek je „správně“.

Že statisticky významný efekt má reálný (klinický) význam.

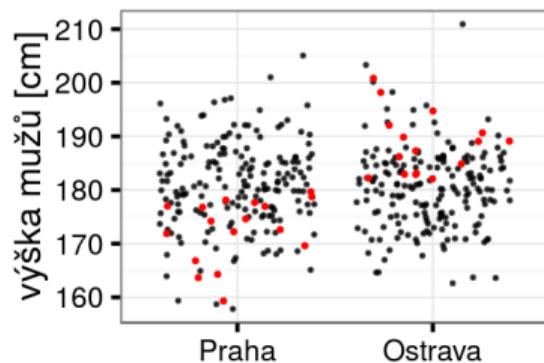
Že pokud máme 20 výsledků s  $p = 0,05$ , je jeden z nich náhodný.  
(Pravděpodobnost toho je 64%).

# Hladina významnosti

$p = 0,05$

## Co to znamená?

Pravděpodobnost 5%, že při platnosti *nulové hypotézy* naměříme rozdíl (*efekt*) jako jsme získali (nebo dokonce větší) pouhou náhodou.



## Co to neznamená?

95% jistotu, že výsledek je „správně“.

Že statisticky významný efekt má reálný (klinický) význam.

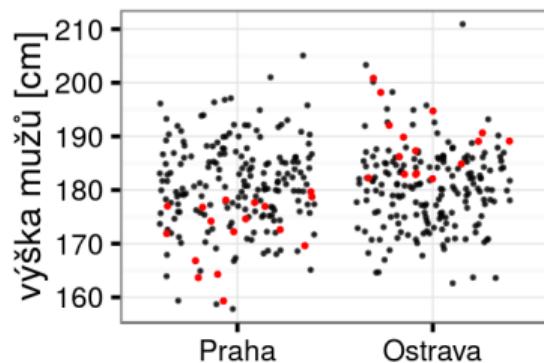
Že pokud máme 20 výsledků s  $p = 0,05$ , je jeden z nich náhodný.  
(Pravděpodobnost toho je 64%).

# Hladina významnosti

$p = 0,05$

## Co to znamená?

Pravděpodobnost 5%, že při platnosti *nulové hypotézy* naměříme rozdíl (*efekt*) jako jsme získali (nebo dokonce větší) pouhou náhodou.



## Co to neznamená?

95% jistotu, že výsledek je „správně“.

Že statisticky významný *efekt* má reálný (klinický) význam.

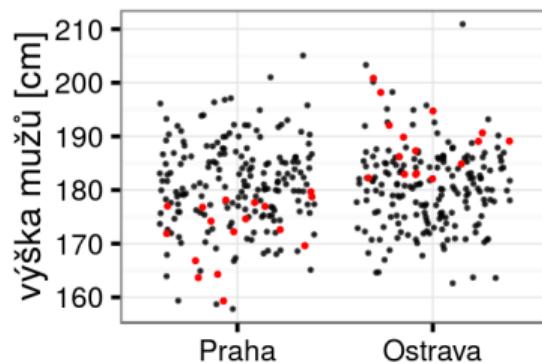
Že pokud máme 20 výsledků s  $p = 0,05$ , je jeden z nich náhodný.  
(Pravděpodobnost toho je 64%).

# Hladina významnosti

$p = 0,05$

## Co to znamená?

Pravděpodobnost 5%, že při platnosti *nulové hypotézy* naměříme rozdíl (*efekt*) jako jsme získali (nebo dokonce větší) pouhou náhodou.



## Co to neznamená?

95% jistotu, že výsledek je „správně“.

Že statisticky významný *efekt* má reálný (klinický) význam.

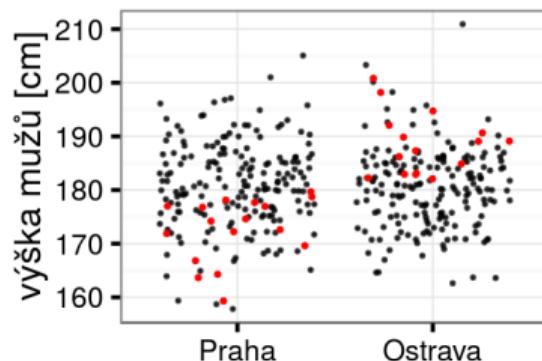
Že pokud máme 20 výsledků s  $p = 0,05$ , je jeden z nich náhodný.  
(Pravděpodobnost toho je 64%).

# Hladina významnosti

$p = 0,05$

## Co to znamená?

Pravděpodobnost 5%, že při platnosti *nulové hypotézy* naměříme rozdíl (*efekt*) jako jsme získali (nebo dokonce větší) pouhou náhodou.



## Co to neznamená?

95% jistotu, že výsledek je „správně“.

Že statisticky významný *efekt* má reálný (klinický) význam.

Že pokud máme 20 výsledků s  $p = 0,05$ , je jeden z nich náhodný.  
(Pravděpodobnost toho je 64%).

$$P_{20} = 1 - 0,95^{20} = 0,64$$

# PROBABLE CAUSE

A *P* value measures whether an observed result can be attributed to chance. But it cannot answer a researcher's real question: what are the odds that a hypothesis is correct? Those odds depend on how strong the result was and, most importantly, on how plausible the hypothesis is in the first place.

- Chance of real effect
- Chance of no real effect

## THE LONG SHOT

19-to-1 odds against

### Before the experiment

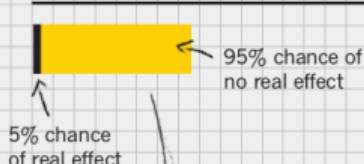
The plausibility of the hypothesis — the odds of it being true — can be estimated from previous experiments, conjectured mechanisms and other expert knowledge. Three examples are shown here.

### The measured *P* value

A value of 0.05 is conventionally deemed 'statistically significant'; a value of 0.01 is considered 'very significant'.

### After the experiment

A small *P* value can make a hypothesis more plausible, but the difference may not be dramatic.



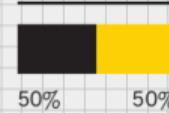
$P = 0.05$        $P = 0.01$

11% chance of real effect

89% chance of no real effect

## THE TOSS-UP

1-to-1 odds



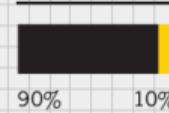
50%      50%

$P = 0.05$        $P = 0.01$

29%      71%      29%      71%

## THE GOOD BET

9-to-1 odds in favour



90%      10%

$P = 0.05$        $P = 0.01$

4%      99%      1%      99%

# Chyba I. a II. druhu

## Chyba I. druhu

- získáme významný výsledek a zamítneme *nulovou hypotézu*, která ve skutečnosti platí
- její pravděpodobnost:  $\alpha$
- $p \sim \alpha$
- Zachytíme efekt, který ve skutečnosti neexistuje.

## Chyba II. druhu

- získáme **nevýznamný** výsledek, přestože *nulová hypotéza* ve skutečnosti **neplatí**
- její pravděpodobnost:  $\beta$
- síla testu:  $1 - \beta$
- Nezachytíme efekt, který ve skutečnosti existuje.

# Chyba I. a II. druhu

## Chyba I. druhu

- získáme významný výsledek a zamítneme *nulovou hypotézu*, která ve skutečnosti platí
- její pravděpodobnost:  $\alpha$
- $p \sim \alpha$
- Zachytíme efekt, který ve skutečnosti neexistuje.

## Chyba II. druhu

- získáme **nevýznamný** výsledek, přestože *nulová hypotéza* ve skutečnosti **neplatí**
- její pravděpodobnost:  $\beta$
- síla testu:  $1 - \beta$
- Nezachytíme efekt, který ve skutečnosti existuje.

# Chyba I. a II. druhu

## Chyba I. druhu

- získáme významný výsledek a zamítneme *nulovou hypotézu*, která ve skutečnosti platí
- její pravděpodobnost:  $\alpha$
- $p \sim \alpha$
- Zachytíme efekt, který ve skutečnosti neexistuje.

## Chyba II. druhu

- získáme **nevýznamný** výsledek, přestože *nulová hypotéza* ve skutečnosti **neplatí**
- její pravděpodobnost:  $\beta$
- síla testu:  $1 - \beta$
- Nezachytíme efekt, který ve skutečnosti existuje.

# Chyba I. a II. druhu

## Chyba I. druhu

- získáme významný výsledek a zamítneme *nulovou hypotézu*, která ve skutečnosti platí
- její pravděpodobnost:  $\alpha$
- $p \sim \alpha$
- Zachytíme efekt, který ve skutečnosti neexistuje.

## Chyba II. druhu

- získáme **nevýznamný** výsledek, přestože *nulová hypotéza* ve skutečnosti **neplatí**
- její pravděpodobnost:  $\beta$
- síla testu:  $1 - \beta$
- Nezachytíme efekt, který ve skutečnosti existuje.

# Chyba I. a II. druhu

	skutečnost	
	$H_0$ platí	$H_0$ neplatí
rozhodnutí	<b>nezamítнемe <math>H_0</math></b> (nevýznamný výsledek)	správně
	<b>zamítнемe <math>H_0</math></b> (významný výsledek)	<b>chyba I. druhu</b> pravděpodobnost $\alpha$

## Chyba I. druhu ( $\alpha$ )



## Chyba II. druhu ( $\beta$ )



# Confidence interval

- CI průměru při normálním rozdělení
- CI rozdílu průměrů dvou skupin

# Interval spolehlivosti (*confidence interval*)

- průměr, medián, ... (obecně *míry polohy*) pro celou populaci odhadujeme na základě průměru, mediánu, ... výběru z populace
- pokud zvolíme jiný výběr, dostaneme jiný výsledek
- **interval spolehlivosti** určuje rozsah, do kterého se *se zvolenou jistotou* (obvykle 95%) trefí průměr, medián, ... spočtený z našeho výběru
- závisí na **rozložení dat, velikosti výběru, zvolené pravděpodobnosti**
- dá se použít jako jiný způsob vyjádření statistické významnosti našeho výsledku
  - $95\%CI \leftrightarrow p = 0,05$
  - 19 z 20 výběrů (v pravděpodobnostním smyslu) bude mít průměr ve vypočteném intervalu

# Interval spolehlivosti (*confidence interval*)

- průměr, medián, ... (obecně *míry polohy*) pro celou populaci odhadujeme na základě průměru, mediánu, ... výběru z populace
- pokud zvolíme jiný výběr, dostaneme jiný výsledek
- interval spolehlivosti určuje rozsah, do kterého se *se zvolenou jistotou* (obvykle 95%) trefí průměr, medián, ... spočtený z našeho výběru
- závisí na **rozložení dat, velikosti výběru, zvolené pravděpodobnosti**
- dá se použít jako jiný způsob vyjádření statistické významnosti našeho výsledku
  - $95\%CI \leftrightarrow p = 0,05$
  - 19 z 20 výběrů (v pravděpodobnostním smyslu) bude mít průměr ve vypočteném intervalu

# Interval spolehlivosti (*confidence interval*)

- průměr, medián, ... (obecně *míry polohy*) pro celou populaci odhadujeme na základě průměru, mediánu, ... výběru z populace
- pokud zvolíme jiný výběr, dostaneme jiný výsledek
- **interval spolehlivosti** určuje rozsah, do kterého se *se zvolenou jistotou* (obvykle 95%) trefí průměr, medián, ... spočtený z našeho výběru
- závisí na **rozložení dat, velikosti výběru, zvolené pravděpodobnosti**
- dá se použít jako jiný způsob vyjádření statistické významnosti našeho výsledku
  - $95\%CI \leftrightarrow p = 0,05$
  - 19 z 20 výběrů (v pravděpodobnostním smyslu) bude mít průměr ve vypočteném intervalu

# Interval spolehlivosti (*confidence interval*)

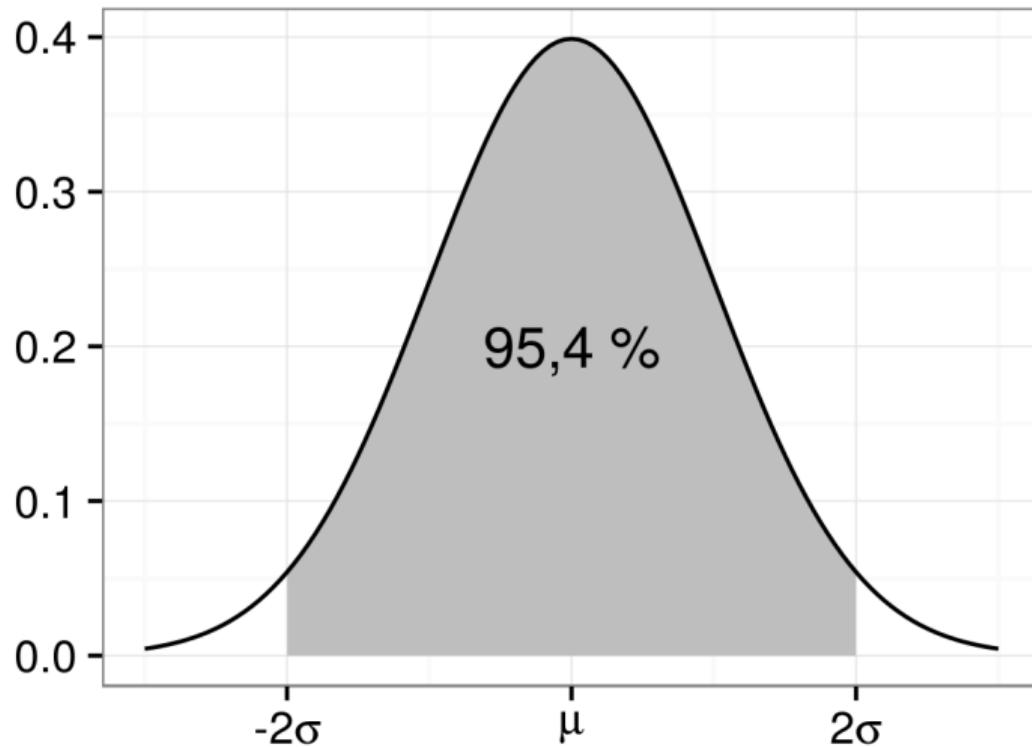
- průměr, medián, ... (obecně *míry polohy*) pro celou populaci odhadujeme na základě průměru, mediánu, ... výběru z populace
- pokud zvolíme jiný výběr, dostaneme jiný výsledek
- **interval spolehlivosti** určuje rozsah, do kterého se *se zvolenou jistotou* (obvykle 95%) trefí průměr, medián, ... spočtený z našeho výběru
- závisí na **rozložení dat, velikosti výběru, zvolené pravděpodobnosti**
- dá se použít jako jiný způsob vyjádření statistické významnosti našeho výsledku
  - $95\%CI \leftrightarrow p = 0,05$
  - 19 z 20 výběrů (v pravděpodobnostním smyslu) bude mít průměr ve vypočteném intervalu

# Interval spolehlivosti (*confidence interval*)

- průměr, medián, ... (obecně *míry polohy*) pro celou populaci odhadujeme na základě průměru, mediánu, ... výběru z populace
- pokud zvolíme jiný výběr, dostaneme jiný výsledek
- **interval spolehlivosti** určuje rozsah, do kterého se *se zvolenou jistotou* (obvykle 95%) trefí průměr, medián, ... spočtený z našeho výběru
- závisí na **rozložení dat, velikosti výběru, zvolené pravděpodobnosti**
- dá se použít jako jiný způsob vyjádření statistické významnosti našeho výsledku
  - $95\%CI \leftrightarrow p = 0,05$
  - 19 z 20 výběrů (v pravděpodobnostním smyslu) bude mít průměr ve vypočteném intervalu

# Interval spolehlivosti (*confidence interval*)

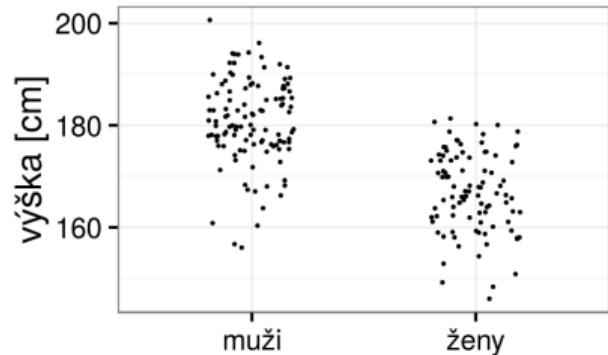
Normální rozdělení a CI průměru



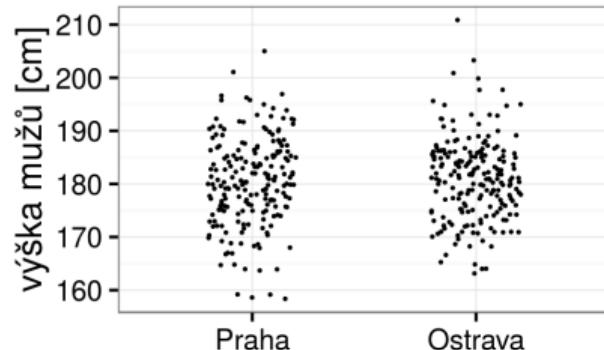
# Interval spolehlivosti (*confidence interval*)

Rozdíl průměrů

Významný rozdíl



Nevýznamný rozdíl



- $\bar{x} \text{ } 181 \text{ cm}, \bar{y} \text{ } 167 \text{ cm}, p = 2,2 \cdot 10^{-16}$
- $\Delta = 14 \text{ cm}$  (95% CI: 11,6 - 16,0)
- neobsahuje nulu

- P-ha  $180 \text{ cm}$ , OV  $181 \text{ cm}$ ,  $p = 0,48$
- $\Delta = 1 \text{ cm}$  (95% CI:  $-2,1$  -  $1,0$ )
- obsahuje nulu

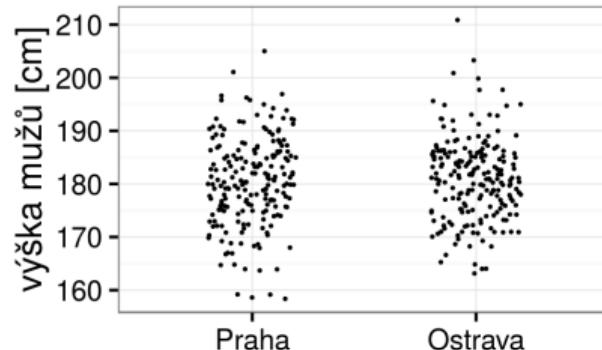
# Interval spolehlivosti (*confidence interval*)

Rozdíl průměrů

Významný rozdíl



Nevýznamný rozdíl



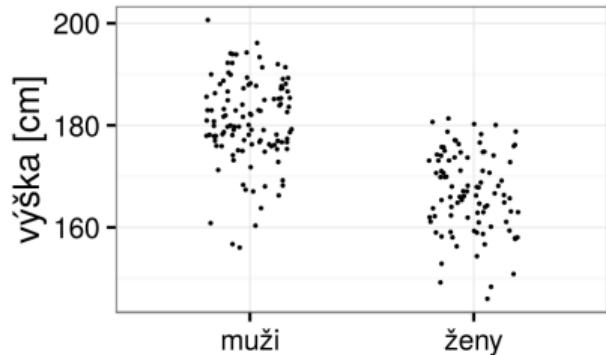
- $\bar{x} \text{ } 181 \text{ cm}, \bar{y} \text{ } 167 \text{ cm}, p = 2,2 \cdot 10^{-16}$
- $\Delta = 14 \text{ cm}$  (95% CI: 11,6 - 16,0)
- neobsahuje nulu

- P-ha  $180 \text{ cm}$ , OV  $181 \text{ cm}$ ,  $p = 0,48$
- $\Delta = 1 \text{ cm}$  (95% CI: -2,1 - 1,0)
- obsahuje nulu

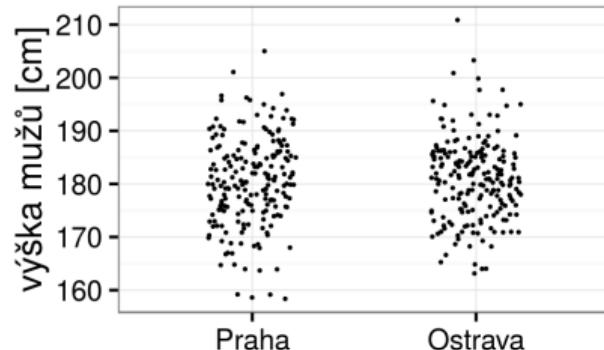
# Interval spolehlivosti (*confidence interval*)

Rozdíl průměrů

Významný rozdíl



Nevýznamný rozdíl



- $\bar{x} \text{ } 181 \text{ cm}, \bar{y} \text{ } 167 \text{ cm}, p = 2,2 \cdot 10^{-16}$
- $\Delta = 14 \text{ cm}$  (95% CI: 11,6 - 16,0)
- neobsahuje nulu

- P-ha 180 cm, OV 181 cm,  $p = 0,48$
- $\Delta = 1 \text{ cm}$  (95% CI: -2,1 - 1,0)
- obsahuje nulu

# Odds ratio

- Šance a pravděpodobnost
- Čtyřpolní tabulka

# Podíl šancí (*odds ratio*)

## Šance a pravděpodobnost

- šance daného jevu vyjadřujeme např. jako  $1 : 3$
- pravděpodobnost jevu je potom  $\frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}$

$$\begin{aligned}O(A) &= \frac{P(A)}{P(\neg A)} = \frac{P(A)}{1 - P(A)} \\P(A) &= \frac{O(A)}{1 + O(A)}\end{aligned}$$

- v medicíně používáme obvykle podíl šancí – *odds ratio (OR)*
  - např. šance na nádor plic (jev  $A$ ) u kuřáka (jev  $B$ ) k šanci na nádor plic u nekuřáka (jev  $\neg B$ )

$$OR = \frac{O(A|B)}{O(A|\neg B)}$$

# Podíl šancí (*odds ratio*)

## Šance a pravděpodobnost

- šance daného jevu vyjadřujeme např. jako  $1 : 3$
- pravděpodobnost jevu je potom  $\frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}$

$$\begin{aligned}O(A) &= \frac{P(A)}{P(\neg A)} = \frac{P(A)}{1 - P(A)} \\P(A) &= \frac{O(A)}{1 + O(A)}\end{aligned}$$

- v medicíně používáme obvykle podíl šancí – *odds ratio (OR)*
  - např. šance na nádor plic (jev  $A$ ) u kuřáka (jev  $B$ ) k šanci na nádor plic u nekuřáka (jev  $\neg B$ )

$$OR = \frac{O(A|B)}{O(A|\neg B)}$$

# Podíl šancí (*odds ratio*)

## Šance a pravděpodobnost

- šance daného jevu vyjadřujeme např. jako  $1 : 3$
- pravděpodobnost jevu je potom  $\frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}$

$$\begin{aligned}O(A) &= \frac{P(A)}{P(\neg A)} = \frac{P(A)}{1 - P(A)} \\P(A) &= \frac{O(A)}{1 + O(A)}\end{aligned}$$

- v medicíně používáme obvykle podíl šancí – *odds ratio (OR)*
  - např. šance na nádor plic (jev  $A$ ) u kuřáka (jev  $B$ ) k šanci na nádor plic u nekuřáka (jev  $\neg B$ )

$$OR = \frac{O(A|B)}{O(A|\neg B)}$$

# Podíl šancí (*odds ratio*)

## Šance a pravděpodobnost

- šance daného jevu vyjadřujeme např. jako  $1 : 3$
- pravděpodobnost jevu je potom  $\frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}$

$$O(A) = \frac{P(A)}{P(\neg A)} = \frac{P(A)}{1 - P(A)}$$
$$P(A) = \frac{O(A)}{1 + O(A)}$$

- v medicíně používáme obvykle **podíl šancí – odds ratio (OR)**
  - např. šance na nádor plic (jev  $A$ ) u kuřáka (jev  $B$ ) k šanci na nádor plic u nekuřáka (jev  $\neg B$ )

$$OR = \frac{O(A|B)}{O(A|\neg B)}$$

# Podíl šancí (*odds ratio*)

## Šance a pravděpodobnost

- šance daného jevu vyjadřujeme např. jako  $1 : 3$
- pravděpodobnost jevu je potom  $\frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}$

$$O(A) = \frac{P(A)}{P(\neg A)} = \frac{P(A)}{1 - P(A)}$$
$$P(A) = \frac{O(A)}{1 + O(A)}$$

- v medicíně používáme obvykle **podíl šancí – odds ratio (OR)**
  - např. šance na nádor plic (jev  $A$ ) u kuřáka (jev  $B$ ) k šanci na nádor plic u nekuřáka (jev  $\neg B$ )

$$OR = \frac{O(A|B)}{O(A|\neg B)}$$

# Podíl šancí (*odds ratio*)

## Šance a pravděpodobnost

- šance daného jevu vyjadřujeme např. jako  $1 : 3$
- pravděpodobnost jevu je potom  $\frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}$

$$\begin{aligned}O(A) &= \frac{P(A)}{P(\neg A)} = \frac{P(A)}{1 - P(A)} \\P(A) &= \frac{O(A)}{1 + O(A)}\end{aligned}$$

- v medicíně používáme obvykle **podíl šancí – odds ratio (OR)**
  - např. šance na nádor plic (jev  $A$ ) u kuřáka (jev  $B$ ) k šanci na nádor plic u nekuřáka (jev  $\neg B$ )

$$OR = \frac{O(A|B)}{O(A|\neg B)}$$

# Podíl šancí (*odds ratio*)

„Čtyřpolní tabulka“

		onemocnění	
		Ano	Ne
expozice	Ano	A	C
	Ne	B	D

$$OR = \frac{\frac{A}{C}}{\frac{B}{D}} = \frac{A \cdot D}{C \cdot B}$$

- $OR$  má svoji  $p$  i  $CI$ !
- stejný princip u šance na vyléčení při léčbě / bez léčby a pod.

# Podíl šancí (*odds ratio*)

## Příklady

		onemocnění	
		Ano	Ne
expozice	Ano	5	3
	Ne	2	6

- $p = 0,14$
- $OR = 5$  (95% CI: 0,6 – 42,8)
  - obsahuje 1

		onemocnění	
		Ano	Ne
expozice	Ano	20	12
	Ne	8	24

- $p = 0,003$
- $OR = 5$  (95% CI: 1,7 – 14,6)
  - neobsahuje 1

# Podíl šancí (*odds ratio*)

## Příklady

		onemocnění	
		Ano	Ne
expozice	Ano	5	3
	Ne	2	6

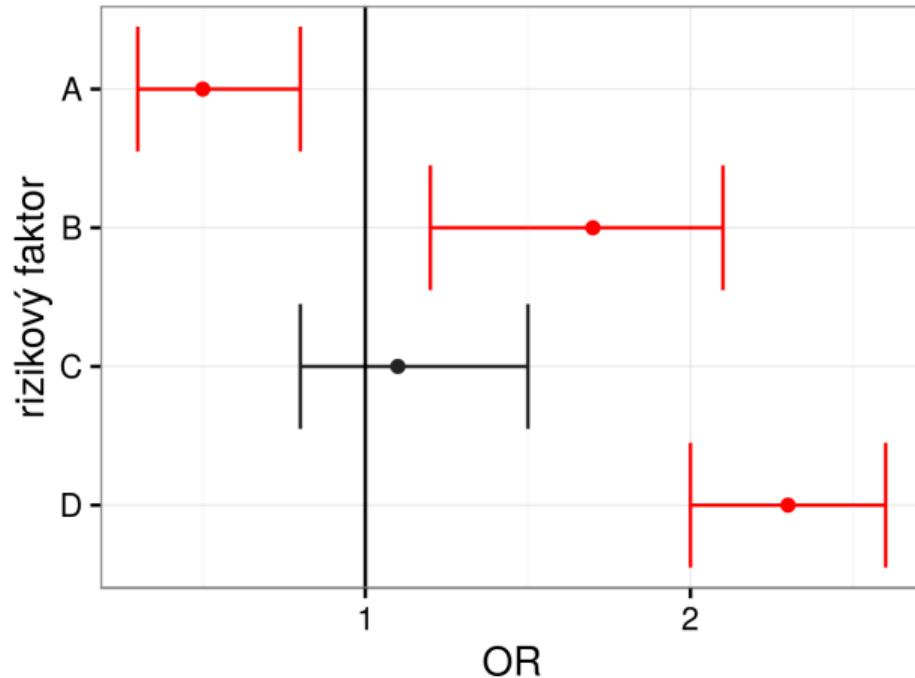
		onemocnění	
		Ano	Ne
expozice	Ano	20	12
	Ne	8	24

- $p = 0,14$
- $OR = 5$  (95% CI: 0,6 – 42,8)
  - obsahuje 1

- $p = 0,003$
- $OR = 5$  (95% CI: 1,7 – 14,6)
  - neobsahuje 1

# Podíl šancí (*odds ratio*)

## Interpretace



- A snižuje riziko
- B, D zvyšují riziko
- C statisticky nevýznamný

# Literatura



JANA ZVÁROVÁ: Biomedicínská statistika I.

*Karolinum (2011)*



SARAH BOSLAUGH & PAUL ANDREW WATTERS: Statistics in a Nutshell

*O'Reilly (2008)*



REGINA NUZZO: Statistical Errors

*Nature, Vol. 506 (Feb 13, 2014) 150-152*



R CORE TEAM: R: A language and environment for statistical computing

*R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>*



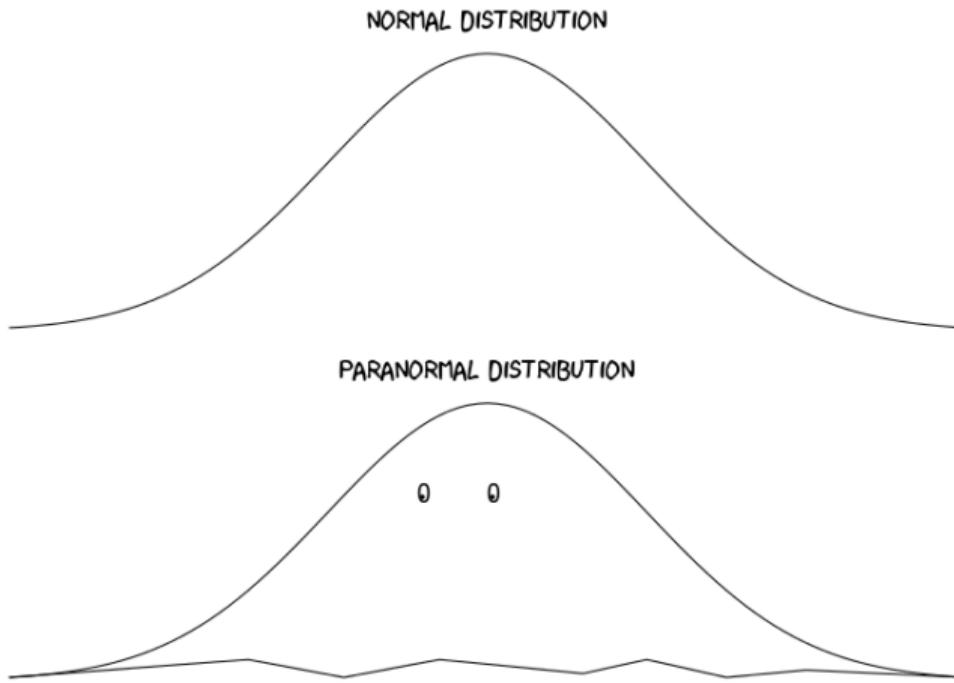
XKCD: <http://www.xkcd.com/>



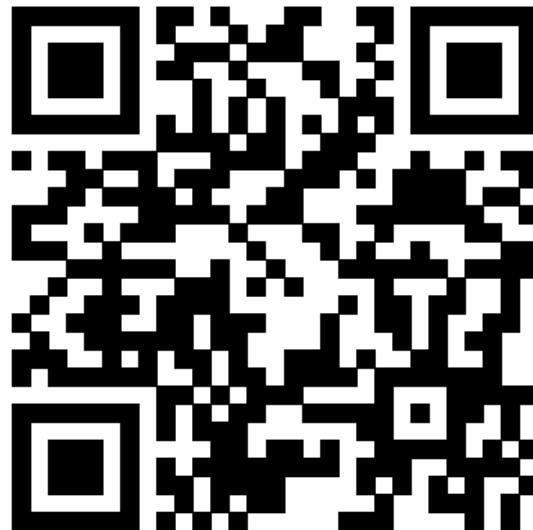
Thanks, Wikipedia.

$\text{\LaTeX} 2_{\varepsilon}$

Příště uvidíte



Ke stažení



**<http://dusanmerta.eu/prezentace>**